

La lettre de Goldbach à Euler, en date du 7 Juin, 1742, a donné lieu à la version moderne de sa conjecture, comme actuellement répandue:

***Tout nombre pair supérieur à 2 est la somme de deux nombres premiers.***

Nous proposons une conjecture équivalente:

***Tout nombre entier supérieur à 1 est la moyenne de deux nombres premiers.***

Exemples:

$$\text{Premier } 37 = (31 + 43) \div 2;$$

$$\text{Pair } 38 = (29 + 47) \div 2;$$

$$\text{Impair } 39 = (37 + 41) \div 2.$$

Nous aurions alors, pour tout entier positif  $n > 1$ , l'identité:

$$2n = p + q,$$

avec  $p, q$  nombres premiers.

On sait que:

$$2n = (n - k) + (n + k)$$

pour tout  $k$ ; en particulier un premier.

Et nous avons donc:

$$p = n - k \quad \text{et}$$

$$q = n + k.$$

De cette façon, nous obtenons des primes équidistantes de  $n$ , par le index  $k$ , que nous appelons **symétrie** pour le nombre  $n$ .

Cette symétrie, impliquant les nombres entiers:

$$(n - k) < n \quad \text{e}$$

$$(n + k) > n$$

A la **amplitude**:

$$3 \dots n \dots 2 \times n - 3.$$

Voici plusieurs symétries au nombre 39.

$$5_{-34} \quad 7_{-32} \quad 11_{-28} \quad 17_{-22} \quad 19_{-20} \quad 31_{-8} \quad 37_{-2} \quad \mathbf{39_0} \quad 41_2 \quad 47_8 \quad 59_{20} \quad 61_{22} \quad 67_{28} \quad 71_{32} \quad 73_{34}$$

Évident que si  $n$  est lui-même premier, le résultat est trivial pour  $k = 0$ ; cependant, dans notre but toujours nous avons adopté:

$$\mathbf{k > 0,}$$

$$\mathbf{n > 3 \text{ et}}$$

$$\mathbf{p \neq q.}$$

---

Simple, moyenne arithmétique ordinaire.

Nous distinguons les nombres entiers impairs de nombres premiers impairs.

Si le nombre pour lequel nous recherchons la symétrie est pair, le index est impair, et vice versa.

Lorsque nous avons examiné l'hypothèse, nous avons trouvé les premiers 2097150 entiers consécutifs et la confirmation de la déclaration s'est produite.

Mais il ne suffit pas; nous avons essayé plusieurs autres nombres consécutifs (toujours aléatoire étant le premier) d'une plus grande ampleur, par exemple:

Entiers de 32 bits: 2326416308 ••• 2326437251

Entiers de 64 bits: 10812083835233317544 ••• 10812083835233361798

Entiers de 128 bits: 313545261969434692888811456477964920750 •••

313545261969434692888811456477964922750

Entiers de 256 bits: 61923203513751080846449615934029927595897073585

560405976048239712178367757632 •••

61923203513751080846449615934029927595897073585

560405976048239712178367757800

L'analyse de **k**, on constate qu'il est toujours très petit par rapport à **n**.

Pour 2097150 entiers, la valeur maximale de k trouvée était 1722.

Dans les tests aléatoires effectués avec des nombres de 512 bits, la valeur la plus élevée de k était 70038, ce qui s'est avéré être curieux! Le index est seulement de 17 bits.

Ensuite, nous voyons le nombre:

1312920071689103336635487768861320906735030946245083534383669408  
1340406493202375322485753821651880624847198852520323171633499058898983  
581690280849216741069 =

(1312920071689103336635487768861320906735030946245083534383669408  
1340406493202375322485753821651880624847198852520323171633499058898983  
581690280849216671031) +

(1312920071689103336635487768861320906735030946245083534383669408  
1340406493202375322485753821651880624847198852520323171633499058898983  
581690280849216811107) ÷ 2.

---

Nous utilisons l'algorithme de Rabin-Miller pour savoir si les nombres sont premiers.  
Compte tenu des résultats avec les premiers entiers consécutifs, nous n'étions pas si stricte dans les enquêtes ultérieures et itérations globales pour le test de primalité était seulement 25 fois pour chaque prime.

Mais, quelle est la garantie que le résultat est toujours trouvé? Et une autre question est imposée: comment évaluer la probabilité de trouver cette symétrie?

Seulement pour fixer une idée, nous allons examiner le problème suivant: nous avons 20 sphères parfaites et identiques et deux roulettes idéales, une à gauche — **G** — et une à droite — **D** —, chacune avec 36 cellules numérotées, que nous appelons le index.

Nous tournons la roulette gauche et jetons 11 des sphères.

Nous tournons la roulette droite et lancer les 9 sphères restantes.

Quelle serait la probabilité d'obtenir au moins une coïncidence, de sorte que l'une des 11 cellules occupées à la roulette G, et l'une des 9 cellules occupées à la roulette D avaient le même index?

Pour plus de commodité seulement, nous allons étudier la question inverse: quelle serait la probabilité  $\mathfrak{P}_r$  d'absence de hasard? C'est-à-dire, à la fin, lorsque les roulettes sont arrêtées, aucune des balles n'a le même index!

Le raisonnement: quand toutes les cellules et la roulette G sont occupés et ont lancé la 1ère sphères sur la roulette D ont 36 cellules disponibles. Cependant, nous ne voulons pas que votre index coïncide avec aucun de le index 11 occupé l'autre roulette.

La probabilité de cet événement est de  $25 \div 36$ .

Pour lancer la 2ème sphère ont déjà une cellule occupée et donc une option à moins de telle sorte que cette probabilité est de  $24 \div 35$ .

À son tour, de cette façon, les possibilités sont réduites à chaque nouvelle version et la dernière sphère, la probabilité est de  $17 \div 28$ .

Pour atteindre le but, la probabilité d'absence de coïncidence est:

$$\mathfrak{P}_r = (25 \div 36) \times (24 \div 35) \times \dots \times (18 \div 29) \times (17 \div 28).$$

Connu le résultat,  $\mathfrak{P}_r = 0.0217$ ,

Nous pouvons maintenant répondre à la première question: la probabilité d'obtenir au moins une coïncidence est 0,9783.

Les roulettes avec **N** cellules et les **P + Q** sphères nécessitent une meilleure équation, puisque si les valeurs impliquées sont importantes, le calcul devient fastidieux, difficile ou même impraticable.

---

Nous préférons utiliser le  $\mathfrak{P}_r$ , la probabilité de **ne pas obtenir pas un hasard**, plutôt que la probabilité **d'obtenir au moins une coïncidence**, qui est donné par le  $\mathfrak{P}_r$  complément à 1. Et  $\mathfrak{P}_r$  seulement sera utilisé ici!  
Irréalisables: il semble simple de distinguer nombres paires de nombres impairs! Il suffit de regarder le nombre d'unités. Cependant, il n'est pas immédiat pour un nombre de l'ordre d'un googol écrit dans la base 5! Notez que  $10_5$  n'est pas divisible par 2. Et si nous avons un googolplex? Voir Kasner et Newman.

Si nous formulons, nous avons:

$$\mathfrak{P}_r = [(N-P) \div N] \times [(N-P-1) \div (N-1)] \times \dots \\ \dots \times [(N-P-Q+1) \div (N-Q+1)].$$

Et l'identité combinatoire suivante pour les entiers  $a > b > m > 0$ , il est utile:

$$\mathbb{C}\{^b_m\} \div \mathbb{C}\{^a_m\} = \{[b! \div (b-m)!]\} \div \{[a! \div (a-m)!]\} \\ = [(b \div a)] \times [(b-1) \div (a-1)] \times \dots \\ \dots \times [(b-m+1) \div (a-m+1)].$$

Ainsi, dans nos variables, si  $N > P > Q$  e  $N-P \geq Q$ , nous avons:

$$\mathfrak{P}_r = \mathbb{C}\{^{N-P}_Q\} \div \mathbb{C}\{^N_Q\}.$$

Pour illustrer, dans le cas de roulette serait :  $\mathbb{C}\{^{25}_9\} \div \mathbb{C}\{^{36}_9\}$ .

Pour revenir à notre conjecture, nous allons enquêter sur ce qui se passe à des entiers premiers répartis entre entiers— utilisant le même modèle précédent — fixant un certain nombre  $n$  et compte tenu de l'amplitude de  $N$  entiers:

Les inférieur à  $n$  contient  $P$  premiers et

Les supérieur à  $n$  contient  $Q$  premiers.

Nous avons déjà vu comment calculer la probabilité de ne pas trouver une paire de sphères sous index équivalent et une question similaire, et ses premiers:

$$p = n - k \quad \text{et} \quad q = n + k.$$

S et N, et par conséquent, P et Q sont des quantités élevées est difficile d'obtenir la probabilité comme nous l'avons fait, même pour N étant connu, comment connaissons-nous la valeur de P et Q?

Tout d'abord, nous pouvons utiliser un artifice!

Il n'est difficile de vérifier que:

$$[(N-P) \div N] > [(N-P-1) \div (N-1)] > \dots \\ \dots > [(N-P-Q+1) \div (N-Q+1)].$$

Et par conséquent, nous pouvons faire:

$$\mathfrak{P}_r = [(N-P) \div N]^Q$$

étant donné que cette valeur est supérieure à  $\mathbb{C}\{^{N-P}_Q\} \div \mathbb{C}\{^N_Q\}$ .

On sait que le Théorème des Nombres Premiers (TNP) nous assure:

$$\Pi(x) \approx x \div \log(x).$$

---

Pour factoriel de très grand nombre il est préférable d'utiliser l'approche de Stirling.

TNP: Le théorème décrit la répartition des nombres premiers entre entiers et a été montré de façon indépendante par Jean Jacques Hadamard et Charles de la Vallée Poussin en 1896 en étudiant la fonction  $\zeta$  de Bernhard Riemann. Le théorème nous assure que la quantité de premier plus petit (ou éventuellement égale), où  $x$  est proportionnel au rapport de  $x$  à  $\log_e(x)$ .

Ce qui nous permet de dire, dans la amplitude disponible, avec  $P \geq Q$ :

$$P \approx N \div \log(N) \quad \text{premiers} < n$$

$$Q \approx 2N \div \log(2N) - N \div \log(N) \quad \text{premiers} > n$$

Nous avons:

$$\mathfrak{P}_r = [1 - (P \div N)]^Q$$

Et son remplaçant P et Q, nous avons:

$$\mathfrak{P}_r = \{1 - [1 \div \log(N)]\}^{[2N \div \log(2N) - N \div \log(N)]}$$

Pour que la conjecture soit valide, nous avons finalement dû démontrer que  $\mathfrak{P}_r$  tend à zéro quand  $n$  tend à l'infini et ... alors nous sommes confrontés à un paradoxe apparent: la limite intuitive de la fonction n'est pas zéro et les calculs indiquent que oui.

Mais nous avons continué et, malgré le temps que nous exigeons pour le calcul de cette limite, nous ne pouvions pas obtenir; toutes les tentatives ont échoué.

Cependant, se tournant vers l'Internet, nous avons vu que le problème est déjà établie entre les universitaires et, en fait, la limite de la fonction est égale à zéro.

C'est ainsi que nous avons obtenu le résultat attendu, et donc,

**La probabilité de ne pas avoir pas un hasard est:**

$$\text{Lim}_{N \rightarrow \infty} \mathfrak{P}_r = 0$$

**C'est-à-dire qu'il y aura probablement au moins une coïncidence.**

Évaluer les premiers problèmes était plus facile et plus peut obtenir calculer simplement à fond par itérations continues.

Toutefois, compte tenu de ce que nous avons: un calcul probabiliste; pourrait-il y avoir un  $n$  pour lequel la conjecture échoue, entre le dernier à obtenir et l'infini?

[Ivan Gondim Leichsenring](#)  
[Apex Algoritmos \[ apex.eti.br \]](#)  
[ivan@apex.eti.br](mailto:ivan@apex.eti.br)

Si vous pouvez aider à rendre ce  
texte plus lisible, je vous remercie.

---

Il était intuitif... pour nous!

Il existe plusieurs organisations qui ont pour résultat cette limite, parmi lesquelles:

<http://www.MathPortal.org> <http://www.DerivativeCalculator.net> <http://www.WolframAlpha.com>